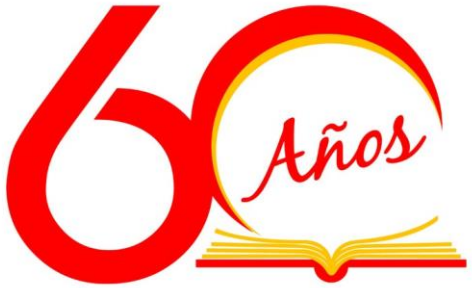
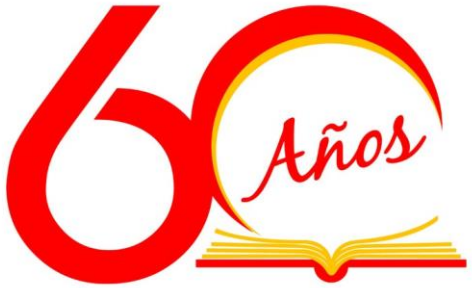
Álgebra



CICLO REPASO UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Inecuaciones, Valor absoluto e Irracionales



CICLO REPASO UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

DESIGUALDADES

1) $x < y \quad \leftrightarrow \quad x \pm z < y \pm z$

2) $a < x < b \quad z > 0 \quad \leftrightarrow \begin{cases} a.z < x.z < b.z \\ \frac{a}{z} < \frac{x}{z} < \frac{b}{z} \end{cases}$

3) $a < x < b \quad z < 0 \quad \leftrightarrow \begin{cases} a.z > x.z > b.z \\ \frac{a}{z} > \frac{x}{z} > \frac{b}{z} \end{cases}$

4) Sean a y b números del mismo signo.

Si $a < x < b$ entonces $\frac{1}{a} > \frac{1}{x} > \frac{1}{b}$

5) $0 < a < x < b \quad \rightarrow \quad a^2 < x^2 < b^2$

$a < x < b < 0 \quad \rightarrow \quad a^2 > x^2 > b^2$

$a < x < b \ \wedge \ ab < 0 \quad \rightarrow \quad 0 \leq x^2 < \text{máx}\{a^2; b^2\}$

6) $MA \geq MG \geq MH$

7) $Si \ \ x > 0 \ entonces \ x + \frac{1}{x} \geq 2$

$Si \ \ x < 0 \ entonces \ x + \frac{1}{x} \leq -2$

INECUACIÓN CUADRÁTICA

$ax^2 + bx + c \gtrless 0 \qquad a \neq 0$

Resolución:

1) Darle su forma general

2) Calcule su discriminante, lo cual genera tres casos

$\Delta > 0$: Halle sus dos raíces, luego aplique el criterio de los puntos críticos e indique el CS.

$\Delta = 0$: El polinomio es un TCP y por inspección se obtiene el CS.

1) $x < y$

$\Delta < 0$: Aplique el teorema de trinomio positivo y por inspección se obtiene el CS ($\mathbb{R}$ o $\emptyset$).

Teorema del trinomio positivo (TTP):

$$ax^2 + bx + c > 0;\ \forall x \in \mathbb{R} \leftrightarrow \{a > 0 \wedge \Delta < 0\}$$

Teorema del trinomio no negativo (TTnoN):

$$ax^2 + bx + c \geq 0;\ \forall x \in \mathbb{R} \leftrightarrow \{a > 0 \wedge \Delta \leq 0\}$$

INECUACIÓN POLINOMIAL DE GRADO SUPERIOR

Su forma general es:

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n \gtrless 0$$

Donde: $a_0 \neq 0 \quad \wedge \quad n \geq 3$

Teoremas:

1) Todo factor positivo se puede cancelar.

2) "Exponentes impares" de los factores se puede cancelar.

3) Factores de "exponentes par" se cancela previo el siguiente análisis:

- En inecuaciones no estrictas $(\geq, \leq)$, rescata soluciones de los factores cancelados igualándolos esta a cero.
- En inecuaciones estrictas $(>, <)$ indique restricciones para la incógnita de los factores cancelados, indicando que estas deben ser diferente a cero.

INECUACIÓN FRACCIONARIA

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \lessgtr 0$$

Teorema:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \gtrless 0 \quad \leftrightarrow \quad P(x).Q(x) \gtrless 0 \ \wedge \ Q(x) \neq 0$$

VALOR ABSOLUTO

$$|x| = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

Propiedades

1. $|x| \geq 0\ ;\ \forall x \in \mathbb{R}$
2. $|-x| = |x|$
3. $|xy| = |x|\,|y|$
4. $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}\ ; y \neq 0$
5. $|x|^2 = |x^2| = x^2$
6. $\sqrt{x^2} = |x|$

ECUACIÓN CON VALOR ABSOLUTO

Teoremas

$$|x| = a \ \leftrightarrow\ \{a \geq 0 \ \wedge\ (x = a \ \vee\ x = -a)\}$$

$$|x| = |a| \leftrightarrow \{x = a \ \vee\ x = -a\}$$

INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Teoremas

$$|x| < a \ \leftrightarrow\ \{a > 0 \ \wedge\ (-a < x < a)\}$$

$$|x| > a \ \leftrightarrow\ \{x > a \ \vee\ x < -a\}$$

$$|x| \leqslant |y| \ \leftrightarrow\ (x + y)(x - y) \leqslant 0$$

$|a + b| \leq |a| + |b|$ (Desigualdad triangular)

EXPRESIONES IRRACIONALES

Son expresiones matemáticas donde al menos una de sus variables está afectada por algún radical.

CONJUNTO DE VALORES ADMISIBLES (C.V.A.)

$$\frac{M(x)}{N(x)} \in \mathbb{R} \ \rightarrow\ N(x) \neq 0$$

$$\sqrt[par]{N(x)} \in \mathbb{R} \ \rightarrow\ N(x) \geq 0$$

ECUACIONES IRRACIONALES

Son ecuaciones en la cual se encuentran expresiones irracionales.

Resolución

1) Elimine los radicales (use la potenciación y/o el cambio de variable).
2) Resuelva la ecuación resultante.
3) Los valores encontrados serán solución si verifican la ecuación inicial (verifique), y finalmente indique el conjunto solución.

> Nota: Las ecuaciones irracionales se resuelven en $\mathbb{R}$.

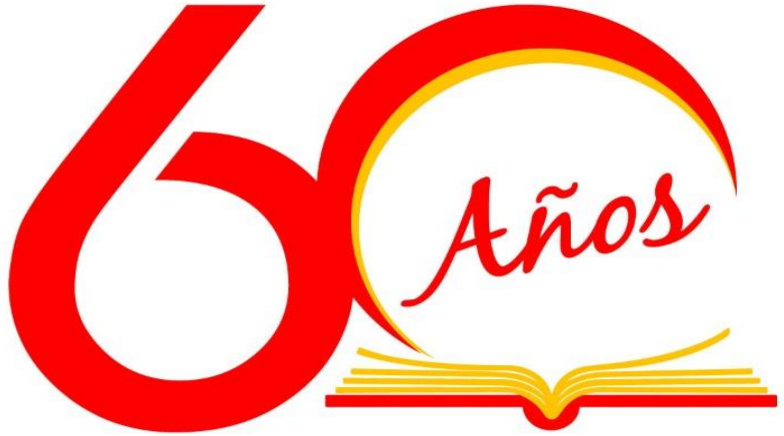
INECUACIONES IRRACIONALES

Son inecuaciones en la cual se encuentran expresiones irracionales.

Resolución

1) Halle el CVA.
2) Elimine los radicales (use potenciación y/o cambio de variable), resuelva la inecuación resultante generando el conjunto solución parcial S_p.
3) $C.S. = (CVA) \cap (S_p)$.

> Nota En inecuaciones de la forma
>
> $\sqrt[par]{h(x)} < q(x)$ garantizar $q(x) > 0$
>
> $\sqrt[par]{h(x)} \leq q(x)$ garantizar $q(x) \geq 0$



¡Gracias!